ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 OCTOBRE 1906,

PRÉSIDENCE DE M. H. POINCARÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** présente à l'Académie le Tome IV des *Observations* de l'Observatoire d'Abbadia : *Observations faites au cercle méridien en* 1904 par MM. Verschaffel, Lahourcade, Sougarret, Bergara, Sorreguieta et Goulart, publiées par M. l'Abbé Verschaffel, Directeur de l'Observatoire.

ASTRONOMIE. — *Méthode nouvelle et rapide pour la détermination des erreurs de division d'un cercle méridien.* Note de M. Lœwy.

Dans tous les travaux de physique et d'astronomie relatifs aux mesures de haute précision, des moyens d'investigation nouveaux d'une perfection souvent imprévue et surprenante ont été imaginés pour obtenir la valeur des éléments cherchés.

Depuis près d'un siècle, pour une seule de ces recherches fondamentales, dont dépendent des applications très nombreuses et très variées, aucun progrès véritable n'a été réalisé. Je veux parler de l'étude rigoureuse des divisions d'une échelle quelconque.

Ce problème présente, pour l'astronomie en particulier, un intérêt capital. Pour fixer la position exacte des astres, et déterminer les constantes des phénomènes astronomiques les plus importants, il est indispensable de connaître, par rapport à une origine donnée, la distance des divisions des cercles dont se trouvent munis les instruments méridiens.

Les méthodes encore en usage pour atteindre ce but sont les mêmes que celles utilisées depuis une époque reculée et ne sont pas satisfaisantes. De nombreux efforts, tentés par plusieurs astronomes les plus éminents pour les perfectionner, n'ont amené en vérité aucune amélioration appréciable.

Pour étudier, actuellement, les erreurs de division d'un cercle méridien, il faut accomplir un labeur immense, qui exige un temps considérable, et qui, pour cette raison, est à peu près inabordable pour les observatoires dotés de ressources modestes. D'autre part, les résultats obtenus par ces procédés au prix de tant d'efforts sont, dans un grand nombre de cas, et selon mon intime conviction, illusoires.

Cette opinion, déjà ancienne, s'est trouvée corroborée par une constatation décevante faite dans ces dernières années.

Notre instrument méridien du Jardin, destiné surtout aux travaux de haute précision, est muni de deux cercles identiques construits par M. P. Gautier et semblables à tous ceux qui ont été livrés à d'autres observatoires par ce constructeur éminent. Ils ont été étudiés avec beaucoup de soin par un habile astronome, M. Périgaud. A la suite de certaines discordances qui se sont manifestées entre les deux cercles, dans une série d'études importantes effectuées par M. Renan en collaboration avec d'autres observateurs, on a été amené à comparer directement les lectures obtenues aux six microscopes des deux cercles en déplaçant l'instrument de 60° en 60°.

Les nombres ainsi obtenus à l'aide des deux cercles, entraînés dans la même rotation, devraient conduire à des moyennes identiques, puisque les erreurs de division n'interviennent aucunement dans leurs valeurs. Or, à notre grande surprise, des différences notables ont apparu, allant jusqu'à 45 centièmes de seconde d'arc, et se sont affirmées les mêmes pour cinq observateurs ayant pris part à ce travail.

Nous avons d'abord attribué cette anomalie à diverses causes, à une flexion des cercles, due à une certaine dissymétrie dans les masses de leurs rayons, à des défauts dans leur mode d'attache, à une torsion ou à une flexion anormale de l'axe instrumental pendant la rotation, etc.

Il est possible que ces diverses causes interviennent dans le phénomène observé, mais nous avons fini par reconnaître qu'il est dû, pour une part notable, à une insuffisance du pouvoir optique des objectifs des microscopes et à l'altération qu'un long usage avait produit dans la figure de certains traits de la division sur argent, d'où il résultait que le même trait présentait des aspects différents, en passant successivement sous les six microscopes. Il arrivait ainsi qu'en répétant les expériences avec un nouveau réglage et un éclairage différent, on trouvait des écarts systématiques de même nature pour tous les observateurs.

Il devenait ainsi hors de doute que les discordances signalées plus haut entre les deux cercles dans les travaux de M. Renan et de ses collabora-

teurs devaient être attribuées en partie aux incertitudes affectant les nombres trouvés pour les erreurs de division étudiées antérieurement. Et, en effet, une détermination nouvelle de quelques traits fondamentaux de la division a conduit, pour les erreurs de ces traits, à des valeurs numériques très différentes des valeurs primitives.

Un tel état de choses étant de nature à compromettre le succès de toute recherche vraiment délicate, nous avons pris le parti de remplacer les deux cercles par d'autres plus solides, formant des plateaux presque pleins et dont les divisions sont tracées sur une bande de platine iridié. En outre, le pouvoir optique et la distance focale des objectifs des microscopes ont été augmentés.

Ces nouveaux cercles sont aujourd'hui installés, et les expériences effectuées en faisant tourner l'instrument de 60° en 60° ont montré que les discordances entre les deux cercles se trouvaient considérablement réduites, à peu près au tiers de leur grandeur primitive.

L'obligation nous incombe maintenant d'entreprendre l'étude de la nouvelle division; mais, malgré toutes les améliorations apportées dans le but d'amoindrir les causes physiques d'altération dont on vient de parler, la perspective de ce grand travail m'a causé les plus vives inquiétudes, parce que les méthodes géométriques mêmes de mesure utilisées jusqu'à présent renferment d'autres sources d'erreurs systématiques, et pour ce motif ne m'inspirent, je dois le répéter, qu'une confiance restreinte.

Pour faire comprendre toute la difficulté du sujet, je rappellerai en quelques mots en quoi consistent les méthodes actuelles, et j'indiquerai les incertitudes qu'elles font naître.

On commence par déterminer les erreurs d'un certain nombre de divisions qui peuvent être évaluées directement, celles des sous-multiples des nombres de degrés de la circonférence, par exemple, de 90° en 90°, de 60° en 60°, de 45° en 45°, de 36° en 36°. On subdivise ensuite ces segments de circonférence en un certain nombre de parties égales, par exemple en deux ou trois parties, et l'on exprime les valeurs de ces arcs en fonction de celles des arcs primitifs.

On continue à subdiviser ainsi les nouveaux segments et à rattacher leurs valeurs à celles des segments antérieurs, d'où une accumulation considérable d'erreurs, et en même temps une absence complète d'uniformité dans la précision, et cela sans qu'on puisse se rendre compte avec sûreté du degré de précision réalisée.

La seule indication qu'on ait à ce sujet repose sur la répétition des mesures, mais la concordance des résultats n'offre aucune garantie véritable.

Une méthode existe, il est vrai, qui, sous ce dernier rapport, présente

une supériorité incontestable sur le procédé usuel dont il vient d'être question. Cette méthode est due à Bessel; elle a fait l'objet d'applications nombreuses, en particulier de la part de M. Nyrèn qui l'a utilisée en la perfectionnant pour l'étude de nouvelles divisions tracées par Repsold sur l'ancien cercle vertical de Poulkovo.

Cette méthode consiste à déterminer directement tous les degrés du cercle par rapport à une origine adoptée. Mais, outre qu'elle exige un travail considérable, on ne peut regarder les résultats que comme une première approximation parce qu'ils contiennent un terme dont la valeur n'est pas connue : c'est la somme algébrique des erreurs de deux divisions arbitrairement choisies, somme divisée, il est vrai, dans la pratique, par un nombre assez grand, au moins 10, mais la quantité ainsi négligée peut encore atteindre plusieurs dixièmes de seconde d'arc.

Avant donc d'entreprendre l'étude des nouveaux cercles de notre instrument méridien, je me suis demandé si, malgré les efforts tentés antérieurement pour la résolution théorique de ce problème si important, on ne pouvait concevoir une solution plus satisfaisante.

Il y a surtout deux difficultés à envisager : 1° toute la série des incertitudes de nature physique déjà énumérées; 2° les inexactitudes des opérations elles-mêmes de mesure. Il restera en outre à satisfaire à ce desideratum, réduire notablement le travail énorme actuellement exigé par les études de ce genre.

Voici, en fin de compte, après de nombreuses investigations, le principe qui m'a guidé pour établir une nouvelle méthode.

Considérons un cercle méridien quelconque. Les microscopes dont cet instrument est muni se trouvent toujours opposés deux à deux à 180°. On n'a jamais à déterminer, dès lors, que les divisions allant de 0° à 180°, puisque deux traits à 180° l'un de l'autre sont toujours combinés ensemble.

Le trait situé à 90° de l'origine se trouve donc au milieu de cette échelle renfermant 180 divisions principales. Ce trait de 90° est le seul qu'on puisse rattacher directement à l'origine; de plus il est, de tous ceux du cercle, celui dont la détermination est à la fois la plus rapide et la plus exacte.

Pour atteindre ce but, on place deux microscopes auxiliaires à 90° environ de deux des microscopes que l'instrument possède. Il suffit alors d'effectuer deux lectures pour obtenir la position du trait du milieu. Si l'on désigne par E_{90} l'erreur de position correspondant à la division considérée, 90°, par d_1 la première lecture obtenue en plaçant l'instrument en

présence des microscopes distants de 90° et par d_2 la seconde lecture faite après avoir tourné l'instrument de 90°, on obtient ainsi la quantité cherchée $E_{90} = \frac{d_2 - d_1}{2}$. On voit aisément que, si $\mathcal{E}$ représente l'erreur probable d'une seule lecture accomplie dans les conditions indiquées, la quantité E_{90} se trouvera sujette seulement à une erreur probable inférieure à $\mathcal{E}$ et représentée par $\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}}$.

Dans la méthode de Bessel, même en faisant abstraction de la valeur très sensible des deux éléments inconnus qu'on est forcé de négliger comme nous l'avons expliqué, on atteindrait à peine une précision égale pour un nombre de lectures six fois plus grand. Dans les méthodes usuelles il faut de même accomplir une quantité considérable de mesures fixée souvent d'une manière très arbitraire.

La méthode idéale serait évidemment celle qui permettrait de réaliser les deux conditions suivantes :

1° Fixer la position de chaque trait du cercle avec la même rapidité et la même exactitude que celle de la division 90°.

2° Rendre les opérations indépendantes des erreurs physiques à redouter.

La nouvelle méthode dont j'ai l'honneur d'entretenir l'Académie permettra d'atteindre ce double but dans la limite du possible. Tous les traits de la division pourront être déterminés, au point de vue géométrique, avec une rapidité et une précision presque identiques à celles relatives au trait 90°, et, en outre, on pourra les considérer comme directement rattachés à l'origine et comparés à toute l'étendue de la circonférence. En dernier lieu, les résultats se trouveront affranchis des altérations physiques déjà mentionnées.

La théorie sur laquelle est basée cette méthode est très complexe. On se trouve toujours en présence de conditions de maxima et de minima relatives à plusieurs variables non indépendantes, et il est impossible de résoudre directement les équations qui en sont la conséquence. D'autre part, il faut traiter des problèmes très délicats de probabilités, car on est obligé de combiner des grandeurs qui, fournies par une même série de mesures, ne sont pas entièrement indépendantes les unes des autres, et d'évaluer le degré d'exactitude obtenu par leur combinaison.

Malgré cette complexité de la théorie, les règles pratiques sont très simples à appliquer. C'est ainsi que, si l'on veut déterminer les erreurs de

division de degré en degré, on y arrivera en y consacrant tout au plus 100 heures environ. Pour aller directement aux demi-degrés, il suffira de 170 heures et, pour obtenir les valeurs de quart en quart, il faudra 330 heures.

Ces opérations deviendront ainsi abordables pour tous les observatoires, même les moins bien dotés, et les nombres obtenus offriront à tous les points de vue des garanties que les méthodes existantes n'assurent pas.

Les indications sommaires données ci-après préciseront davantage les conditions du travail et l'approximation réalisée.

Avant d'aborder une semblable étude, il faut fixer tout d'abord le degré de précision qu'on veut atteindre. En ce qui concerne les recherches que nous nous proposons d'entreprendre, il a paru désirable, eu égard à la nature des travaux auxquels l'instrument est destiné, d'obtenir un degré élevé d'exactitude : l'erreur probable dans la position des traits ne devra pas dépasser $0'',02$.

Les formules ont été établies en vue de ce résultat; et, dans ce cas, la durée du temps indiquée plus haut est celle qu'exigera l'exécution des opérations.

Voici la série des opérations à effectuer. On déterminera d'abord directement, comme on le fait d'habitude, les positions de quelques traits espacés également et dont l'intervalle est contenu un nombre entier de fois dans la circonférence. Deux solutions sont données : dans la première, on prend pour points de repère, sur la demi-circonférence, les vingt et une divisions 90°, 60°, 120°, 45°, 135°, 36°, 72°, 108°, 144°, 30°, 150°, 20°, 40°, 80°, 100°, 140°, 160°, 18°, 54°, 126°, 162°.

La seconde solution, un peu plus rapide, ne repose que sur quinze traits fondamentaux : on laisse alors de côté les divisions 20°, 40°, 80°, 100°, 140°, 160°.

La situation de l'une ou l'autre série de ces traits principaux se trouve déterminée par une méthode particulière qui réalise le maximum de précision avec le minimum d'effort et qui, en outre, conduit à une seconde série de valeurs de ces traits-repères sur lesquelles sont fondées ultérieurement toutes les opérations de rattachement. Les nombres de cette seconde série possèdent, bien entendu, une même précision, mais peuvent être considérés comme absolument indépendants les uns des autres.

Chacune des autres divisions est rattachée, non pas seulement à l'origine du cercle, mais à toute l'étendue de la circonférence, au moyen d'un ensemble de repères principaux et de telle sorte que l'incertitude résultant du ratta-

chement peut être considérée comme absolument négligeable. Pour deux microscopes, elle est égale ou légèrement inférieure à $\pm\frac{0'',02}{4} = \pm 0'',005$; elle est encore plus faible si, pour l'observation des astres, on utilise quatre ou six microscopes.

Dans les études astronomiques, la forme de la circonférence du cercle est représentée par celle de la courbe décrite après une rotation entière de l'axe instrumental, quelle que soit d'ailleurs la nature de cette rotation. On reconnaît par suite que les erreurs physiques sont éliminées autant que possible parce que la valeur relative à chaque division résulte de six ou sept déterminations indépendantes, fondées sur des segments de cercle les plus divers, et répartis sur toute l'étendue de la circonférence.

J'aurai l'honneur, dans une prochaine communication, de présenter à l'Académie quelques développements relatifs à la nouvelle théorie, avec un exemple des formules qui s'en déduisent. Ces formules permettent d'ailleurs, sans qu'on soit obligé d'entrer dans les détails de la théorie, de se rendre immédiatement compte de la précision des résultats qui en découlent.

GÉOMÉTRIE PROJECTIVE. — *Le principe de correspondance pour une surface algébrique.* Note de M. **H.-G. Zeuthen**.

Dans ma Communication précédente (8 octobre, p. 491) j'ai fait, pour plus de commodité, plusieurs restrictions.

En en éloignant une partie nous donnerons une plus grande portée à la formule démontrée (6). En désignant par x le nombre de points de coïncidence nous écrirons celle-ci

$$x = \alpha_1 + \alpha_2 + \frac{\beta}{n} - (J + 1)k.$$

1. On peut y remplacer n par le nombre de points d'intersection des courbes d'un faisceau générique sur la surface donnée φ et en même temps β par celui des points P_1 d'une courbe de ce faisceau auxquels correspondent des points P_2 d'une autre de ces courbes. En effet, on peut transformer la surface d'une manière birationnelle en une autre dont les sections planes correspondent à un système linéaire triple de courbes de φ

qui contient notre faisceau, et cela se fait sans altérer ni J [1] ni α_1, α_2, k et x.

2. Les courbes c_r servant à déterminer les points P_2 correspondant à un point quelconque P'_1 de φ peuvent avoir des points d'intersection fixes ou se trouvant sur des courbes fixes. Nous avons compté tous ces points au nombre des α_2 points P_2, en renvoyant seulement à la possibilité de déterminer à part et de soustraire de x les coïncidences qui en résultent. Or les points d'intersection fixes fourniront la même contribution à α_1 et à x. On peut donc négliger à la fois ces deux contributions.

Supposons ensuite que toutes les courbes c_r rencontrent une *section plane fixe* l, en μ_2 points et que l devienne courbe μ_1-tuple des surfaces Ψ_s, lieux des courbes c_r appartenant aux points P_1 d'une section plane. Alors au nombre des α_2 points P_2 qui correspondent à un point P_1 de l appartiendront μ_2 qui se trouvent aussi sur l. A un point P_2 de l correspondront tous les points d'une courbe qui rencontre chaque section plane, y compris l, en μ_1 points P_1. Cette courbe ne passe pas en général par P_2; car nous avons supposé qu'il n'y ait aucune courbe de coïncidence. Selon le principe de Cayley-Brill, l contiendra donc $\mu_1 + \mu_2$ des x points de coïncidence cherchée.

D'autre part, jusqu'à présent, nous avons compris les μ_2 points qui se trouvent sur une courbe fixe l, au nombre α_2 [formule (1) de la précédente communication] et, dans notre détermination de β [formule (2)], nous n'avons fait aucune exception des $\mu_1 n$ points d'intersection de la surface Ψ_s avec la section plane l_2 qui se trouvent sur la courbe fixe l. Les points de la courbe fixe l seront donc aussi dans l'expression de x représentée par $\mu_1 + \mu_2$. On peut donc les négliger, eux aussi, à la fois dans les deux membres de notre formule.

Grâce aux considérations de notre n° 1 on peut faire autant, si toutes les courbes c_r rencontrent un certain nombre de fois *une courbe fixe faisant partie d'un faisceau générique de* φ. Bien entendu, c'est de courbes de ce faisceau qu'il faut se servir alors pour déterminer le terme $\frac{\beta}{n}$, et en particulier des sections planes si la courbe fixe est elle-même une section plane. Dans le cas où la courbe fixe n'appartient pas à un faisceau générique de la

---

[1] Segre, *Intorno ad un carattere delle superficie* (*Torino Atti,* vol. XXXI, 1896, p. 485).

surface (par exemple si la surface est du second ordre et la courbe fixe une génératrice rectiligne), il faut déterminer à part les coïncidences qui ont lieu sur elle.

3. En allant ensuite nous occuper de correspondances admettant des courbes de coïncidence à côté des points de coïncidence isolés, nous nous tiendrons du reste aux restrictions de la précédente Communication; une combinaison avec les généralisations de nos n°s 1 et 2 amènerait, en effet, des complications.

Notre point de départ sera toujours le principe de correspondance du plan. Selon lui $\alpha_1 + \alpha_2 + \beta$ sera (¹), dans le cas où il y a une courbe de coïncidence (qui peut être composée de plusieurs courbes), égal à la somme du nombre des points de coïncidence isolés, de l'ordre de la courbe de coïncidence et de la classe de l'enveloppe des droites limites qui joignent les points P_1 et P_2 coïncidant sur cette courbe. Il est encore évident que l'ordre de la courbe de coïncidence est égal à la différence $\beta - \gamma$ du nombre β des points P_1 d'une droite qui correspondent à des points P_2 d'une autre et du nombre γ des couples de points correspondants qui se trouvent sur une droite donnée (²). Si $\beta = \gamma$ il n'y aura que des points de coïncidence isolés.

La dernière détermination se généralise immédiatement. Si, pour la correspondance des points de la surface φ_n, β désigne le nombre des points P_1 d'une section plane donnée qui correspondent à des points P_2 d'une autre, γ celui des couples de points correspondants P_1 et P_2 qui se trouvent sur une section plane donnée, $\beta - \gamma$ sera l'ordre y de la courbe de coïncidence, $\beta > \gamma$ la condition de son existence.

Afin de généraliser aussi le premier résultat, il faut l'appliquer à la correspondance des droites OP_1 projetant les points P_1 de φ_n d'un point fixe O, et des droites OP'_2 projetant les points P'_2 où la courbe c_r appartenant à P_1 rencontre le plan tangent à φ_n en P_1, correspondance dont nous nous sommes servi dans la démonstration de notre précédente Communication. Si nous appliquons le même procédé au cas actuel et en gardant les notations, nous trouverons les mêmes expressions de α'_1, α'_2 et β' qu'auparavant; mais le nombre à soustraire de $\alpha'_1 + \alpha'_2 + \beta'$ devra être amoindri du

---

(¹) Voir ma Note aux *Comptes rendus*, t. LXXVIII, 1874, p. 1553.

(²) Voir SCHUBERT, *Kalkül der abzählenden Geometrie*, p. 45, formule (7). On voit que $\alpha_1 + \alpha_2 + \gamma$ sera la somme du nombre des points de coïncidence et de la classe de l'enveloppe dont nous venons de parler [p. 44, formule (2)].

nombre y_a des points où la courbe de coïncidence de φ_n rencontre la courbe de contact du cône circonscrit au sommet O. En effet, avec l'arête du cône qui passe par un de ces y_a points coïncident à la fois une arête OP_1 et une arête OQ passant par un des $ra-k$ points d'intersection Q de la courbe c_r qui appartient à P_1 avec le cône, sans que la même arête soit une des droites dont $\alpha'_1+\alpha'_2+\beta'$ indique le nombre. Les autres déterminations restant inaltérées, on aura, en ayant égard à la signification actuelle de $\alpha'_1+\alpha'_2+\beta'$ et en désignant, pour la correspondance de P_1 et P_2 sur φ_n, par x le nombre des points de coïncidence isolés, par y l'ordre de la courbe de coïncidence et par z l'ordre du lieu des tangentes à φ_n qui réunissent deux points P_1 et P_2 coïncidant sur cette courbe,

$$x+y+z=\alpha_1+\alpha_2+\frac{\beta}{n}-k(J+1)+y_a.$$

La signification des notations sera illustrée par l'application suivante, qui d'ailleurs ne conduit à aucun résultat nouveau. Soient P_1 et P_2 deux points d'intersection de φ_n avec une droite passant par un point fixe. Alors

$$\alpha_1=\alpha_2=n-1,\quad \beta=n^2-n,\quad k=1,\quad x=0,\quad y=z=a,\quad y_a=n'.$$

En substituant ces valeurs on retrouve pour J l'expression

$$J=n'-2a+3n-4.$$

4. Dans les cas où les différentes intersections des courbes c_r avec φ_n, et par conséquent aussi les différentes coïncidences, sont de nature différente, on peut grouper les termes de la formule démontrée d'une manière analogue à celle dont Cayley s'est servi pour la correspondance des points d'une courbe plane [1]. Alors on aura

$$\sum\mu\left(\alpha_1+\alpha_2+\frac{\beta}{n}+y_a-x-y-z\right)=k(J+1),$$

où, dans chaque terme de la somme Σ, les notations ont égard à la correspondance de P_1 avec un point de la surface où μ des points d'intersection P_2 de la courbe c_r appartenant à P_1 sont réunis. Si les coïncidences de ces correspondances sont connues à une près, on peut se servir de cette formule pour en déterminer celle de la dernière correspondance. Il peut arriver alors que celle-ci appartienne à une valeur négative de k.

---

(1) *Comptes rendus*, t. LXII, 1866, p. 586; *Math. Papers*, t. V, p. 544.

5. Ici où nous avons regardé la surface φ_n comme lieu de ses points, nous ne lui avons attribué aucune courbe de rebroussement, comme nous aurions dû le faire s'il s'était agi de propriétés de surfaces réciproques. Dans la recherche actuelle il suffit de regarder une courbe de rebroussement comme une courbe double qui est en même temps courbe de contact de tous les cônes circonscrits. Elle sera aussi, si $k > 0$, courbe de coïncidence k-tuple.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la dialyse du sucre du sang.* Note de MM. **R. Lépine** et **Boulud**.

Les physiologistes ne s'accordent pas sur la question de savoir si le sucre du sang [il n'est pas question ici du sucre *virtuel* (*Comptes rendus*, 10 octobre 1906)] est à l'état de liberté ou de combinaison. Il y a des raisons théoriques pour admettre la seconde alternative, et, d'autre part, Asher vient de publier des expériences qui l'ont conduit à accepter, sans réserves, la première. Préoccupés, depuis plus de deux ans, de cette question, nous avons fait un grand nombre d'expériences de dialyse, toutes instituées de la manière suivante :

On recueille aseptiquement, dans des tubes plongeant dans la glace, une quantité de sang suffisante pour obtenir au moins 60^{cm^3} de sérum. On centrifuge rapidement, et l'on verse aussitôt 40^{cm^3} de sérum dans un dialyseur de 75^{mm} de diamètre intérieur, fermé en bas par une mince feuille de papier parchemin, qui a été lavé à l'eau bouillante, pour enlever les pentoses qui peuvent s'y rencontrer.

Le liquide extérieur est constitué par de l'eau salée, à 7 pour 1000, bouillie et refroidie à $+4°$ environ. On dispose le dialyseur de telle sorte que les liquides extérieur et intérieur soient exactement au même niveau. Au bout de 2 heures, on dose le sucre : 1° dans 20^{cm^3} de sérum témoin, conservé à la même température basse que l'appareil dialyseur ; 2° dans le liquide intérieur, ramené à 40^{cm^3}, et 3° dans le liquide extérieur, amené également à 40^{cm^3}, après avoir été acidifié et tenu un temps suffisant au bain-marie.

On voit que nous évitons l'addition au sérum de toute substance capable de le modifier [1]. Nous employons le sérum, et non le sang, pour éviter

[1] Il résulte de nos expériences qu'il faut se garder de l'emploi du fluorure de sodium, parce qu'il modifie le sérum. Ainsi, nous avons dit (*Comptes rendus*,

la glycolyse, et nous opérons à basse température pour entraver le développement des microbes. A cette température nous n'empêchons pas la formation de sucre nouveau, aux dépens du sucre virtuel du sérum. Aussi dosons-nous le sucre, dans le témoin, en même temps que dans les liquides intérieur et extérieur. En raison de la pénétration d'une certaine quantité d'eau dans l'intérieur du dialyseur, condition favorable à la formation du sucre dans le sérum, il est probable que celle-ci est moindre dans le témoin. Mais cela n'a pas d'importance, quant à l'objet de notre recherche, qui est le rapport du sucre existant dans les liquides intérieur et extérieur.

Quand le sérum introduit dans le dialyseur est bien frais, et appartient à un chien sain et neuf, on ne trouve pas de sucre dans le liquide extérieur; et, dans le sérum, on obtient sensiblement la même quantité (pour 1000) que dans le témoin, ou bien une quantité plus forte, pour le motif rappelé plus haut. Si le chien n'est pas neuf, une notable quantité de sucre peut passer dans le liquide extérieur :

CHIEN 2311, ayant servi à diverses expériences, et saigné plusieurs fois les jours précédents :

	Pouvoir réducteur. Chauffage de l'extrait de sang (en présence de l'acide tartrique). *Avant.*	*Après.*	Acide glycuronique B. Quantité absolue.	pour 100.
Sérum témoin	0,84	0,88	0,04	4,5
Liquide intérieur	0,70	0,78	0,08	10
Liquide extérieur	0,12	0,12	0	

La dialyse est dans ce cas de 13 pour 100 des matières sucrées.

On observe aussi la dialyse du sucre, si le sérum n'est pas frais, alors même que le chien était sain et neuf.

CHIEN 2292. — Le sucre du sérum frais n'a pas dialysé. On conserve 12 heures un échantillon de ce sérum. Au bout de ce temps, on en introduit 40^{cm^3} dans le dialyseur :

Sérum témoin	1,10	1,27	0,17	13
Liquide intérieur	0,89	0,99	0,10	10
Liquide extérieur	0,22	0,28	0,06	21

17 juillet 1905) que, dans des cas d'ailleurs exceptionnels d'intoxication alcoolique, le teneur des globules en sucre pouvait dépasser celle du plasma. Dans ces cas, le sang avait été fluoré. Or, ayant depuis répété plusieurs fois ces expériences chez des chiens également intoxiqués, mais sans fluorer le sang, nous n'avons plus observé cet excès de sucre dans les globules. Il était donc, selon toute probabilité, artificiel, et dû à l'addition de fluorure au sang.

La dialyse a été de 22 pour 100 des matières sucrées.

On administre alors au chien de la phloridzine. Quelques heures plus tard on le saigne et l'on fait une nouvelle dialyse avec du sérum frais.

Sérum témoin	0,60	0,60	0
Liquide intérieur	0,60	0,60	0
— *extérieur*	0	0	

Cette expérience suffit pour prouver que le sucre du sang, après l'intoxication phloridzique, ne dialyse pas *ipso facto* mieux qu'à l'état normal. Mais, dans les cas, d'ailleurs peu fréquents, où l'intoxication phloridzique s'accompagne d'hyperglycémie, par suite de la formation de sucre nouveau (¹), ce dernier passe dans le liquide extérieur.

Chien 2502, bien portant, poids 27^kg. On lui injecte sous la peau 0g,25 de phloridzine dissoute dans de l'alcool. Une heure après, le sang de la veine rénale ayant 1g,36 de sucre, il s'en forme encore beaucoup, aux dépens du sucre virtuel, pendant la défibrination ; d'où les valeurs suivantes :

Sérum témoin	2,16	2,30	0,14	6
Liquide intérieur	1,75	1,87	0,12	6,4
— *extérieur*	0,40	0,42	0,02	4,7

Il a dialysé 27 pour 100 des matières sucrées.

L'hyperglycémie, dans ce dernier cas, était exceptionnellement forte. Dans plusieurs autres cas d'intoxication phloridzique, avec une hyperglycémie moindre, nous avons pu également constater la dialyse du sucre.

Voici un cas d'intoxication par l'alcool :

Chien 2293, ayant ingéré une dilution de 3^{cm^3},8 d'alcool éthylique absolu, par kilogramme. Saignée, 6 heures après l'ingestion :

Sérum témoin	1,09	1,30	0,21	16
Liquide intérieur	1,09	1,25	0,16	13
— *extérieur*	0,40	0,49	0,09	18

Dans ce cas, grande formation de sucre aux dépens du sucre virtuel. En effet, $1,25 + 0,49 > 1,30$. La dialyse est de 28 pour 100 des matières sucrées.

(¹) Nous avons autrefois montré que le pouvoir glycolytique du sang est *augmenté* dans l'intoxication phloridzique. L'hyperglycémie ne peut donc tenir qu'à une hyperglycogénie excessive.

Dans le cas suivant, l'hyperglycémie est consécutive à une infusion intra-veineuse de 30^{cm^3} par kilogramme d'eau salée :

Sérum témoin.........	1,36	1,39	0,03	2
Liquide intérieur......	1,18	1,26	0,08	6
— *extérieur*......	0,24	0,28	0,08	14

La formation de sucre est aussi très considérable dans ce cas. En effet, $1,26 + 0,28 > 1,39$. La dialyse est de 20 pour 100 des matières sucrées.

Enfin, voici un cas d'hyperglycémie colossale due à l'influence combinée de l'ablation du pancréas et d'une infusion intra-veineuse d'eau salée :

Chien 2278 *bis*, 24 heures après l'ablation du pancréas et l'infusion intra-veineuse de 20^{cm^3} d'eau salée :

Sérum témoin.........	6,74	6,75	0,01	
Liquide intérieur......	4,68	4,70	0,02	0,4
— *extérieur*......	2,11	2,43	0,32	13

La dialyse atteint ici 33 pour 100.

Dans ce dernier cas, ainsi que chez le chien précédent, la proportion d'acide glycuronique B est assez forte dans le liquide extérieur. D'autres fois, elle y est faible, ou même nulle. Ainsi, certaines conjugaisons glycuroniques sont facilement dialysables, et pas d'autres.

En résumé, le sucre du sérum *normal* ne dialyse pas, dans les conditions où nous nous sommes placés. Mais il dialyse dans beaucoup de cas anormaux, notamment quand le sérum renferme du sucre de nouvelle formation. Ces faits sont en faveur de l'idée qu'à l'état *normal* le sucre n'est pas libre dans le sang. Or, s'il est combiné, même très lâchement, aux matières albuminoïdes, on comprend qu'il ne puisse passer facilement dans l'urine.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, l'Ouvrage suivant :

Psychologie du nombre et des opérations élémentaires de l'Arithmétique, par S. Santerre, avec une préface par le D[r] Pierre Janet. (Présenté par M. de Lapparent.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la transformation de M. Darboux et l'équation fondamentale des surfaces isothermiques.* Note de M. **Rudolf Rothe.**

Dans la Note suivante je vais montrer une relation remarquable qui existe entre la transformation de M. Darboux des surfaces isothermiques et une certaine équation aux dérivées partielles du quatrième ordre dont dépend la détermination des surfaces isothermiques. La transformation est donnée par le théorème suivant que l'on doit à M. Darboux (1) :

Si les deux nappes d'une enveloppe de sphères sont représentées l'une sur l'autre d'une manière conforme par leurs lignes de courbure, elles sont des surfaces isothermiques.

L'éminent géomètre a démontré que la recherche analytique de cette question conduit au système suivant d'équations [système différentiel fondamental, d'après la notation de M. Bianchi (2)] :

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\lambda}{\partial\rho} = \mathrm{H}\xi, \\ \dfrac{\partial\lambda}{\partial\rho_1} = \mathrm{H}\xi_1, \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\xi_1}{\partial\rho} = \dfrac{\partial\log\mathrm{H}}{\partial\rho_1}\xi, \\ \dfrac{\partial\xi}{\partial\rho_1} = \dfrac{\partial\log\mathrm{H}}{\partial\rho}\xi_1, \end{cases}$$

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\sigma}{\partial\rho} = \dfrac{\xi}{\mathrm{H}}, \\ \dfrac{\partial\sigma}{\partial\rho_1} = -\dfrac{\xi_1}{\mathrm{H}}, \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\mu}{\partial\rho} = -r_1\mathrm{H}\xi, \\ \dfrac{\partial\mu}{\partial\rho_1} = -r_2\mathrm{H}\xi_1, \end{cases}$$

---

(1) G. Darboux, *Sur la déformation des surfaces du second degré et sur les surfaces isothermiques* (*Comptes rendus*, t. CXXVIII, 1899, p. 1299).

(2) L. Bianchi, *Ricerche sulle superficie isoterme e sulla deformazione delle quadriche* (*Annali di Matematica*, 3e série, t. XI, 1905, p. 93).

$$(5)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\xi}{\partial\rho} = \mathrm{H}m\sigma + \dfrac{m\lambda}{\mathrm{H}} + r_1\mathrm{H}\mu - \dfrac{\partial\log\mathrm{H}}{\partial\rho_1}\xi_1, \\ \dfrac{\partial\xi_1}{\partial\rho_1} = \mathrm{H}m\sigma - \dfrac{m\lambda}{\mathrm{H}} + r_2\mathrm{H}\mu - \dfrac{\partial\log\mathrm{H}}{\partial\rho}\xi, \end{cases}$$

$$(6)\quad \mu^2 + \xi^2 + \xi_1^2 = 2m\lambda\sigma,$$

en désignant par ρ, ρ_1 les paramètres isothermiques des lignes de courbure et par r_1, r_2 les courbures principales de l'une des deux nappes (J), dont le carré de l'élément linéaire s'exprime par la formule

$$ds^2 = \mathrm{H}^2(d\rho^2 + d\rho_1^2);$$

de plus, σ, λ, μ, ξ, ξ_1 signifient les fonctions inconnues et m une constante arbitraire. Les formules

$$\mathrm{H}\mathrm{H}^* = \frac{\lambda}{\sigma}, \qquad \begin{aligned} r_1^*\mathrm{H}^* &= -r_1\mathrm{H} - \frac{\mu}{\lambda\sigma}\left(\mathrm{H}\sigma - \frac{\lambda}{\mathrm{H}}\right), \\ r_2^*\mathrm{H}^* &= r_2\mathrm{H} + \frac{\mu}{\lambda\sigma}\left(\mathrm{H}\sigma + \frac{\lambda}{\mathrm{H}}\right) \end{aligned}$$

donnent les grandeurs correspondantes de la seconde nappe (J^*).

M. Bianchi a désigné cette transformation par D_m et remarqué [1] que, l'existence du système de M. Darboux supposée, il y a une surface isothermique $(\bar{\mathrm{J}})$ tout à fait différente de (J^*) dont l'élément linéaire est déterminé par la formule

$$(7)\quad d\bar{s}^2 = \frac{\mathrm{H}^2}{\lambda^2}(d\rho^2 + d\rho_1^2),$$

les courbures principales étant données par les équations

$$(8)\quad \bar{r}_1 = \mu + \lambda r_1, \qquad \bar{r}_2 = \mu + \lambda r_2.$$

La transformation qui effectue le passage de la surface (J) à la surface $(\bar{\mathrm{J}})$ est désignée par T_m et nommée *associée* à la transformation de M. Darboux.

En vue des recherches ultérieures, je rappelle encore la transformation C bien connue de Christoffel, qui conduit à une surface isothermique (J′) dont l'élément linéaire est déterminé par la formule

$$ds'^2 = \frac{1}{\mathrm{H}^2}(d\rho^2 + d\rho_1^2)$$

---

(1) L. Bianchi, *Complementi alle ricerche sulle superficie isoterme* (*Annali di Matematica,* 3e série, t. XI, 1905, p. 93).

et dont les courbures principales sont données par les équations

(9) $$r'_1 = H^2 r_1, \qquad r'_2 = -H^2 r_2.$$

M. Bianchi a démontré la relation symbolique

$$D_m = T_m C T_m^{-1},$$

d'après laquelle la transformation D_m se réduit à l'associée et celle de Christoffel.

On sait que la détermination des surfaces isothermiques les plus générales dépend de l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du quatrième ordre. En introduisant les fonctions

$$R = H(r_1 - r_2), \qquad R' = H(r_1 + r_2)$$

et en me servant des abréviations $\mathfrak{F}(z) = \frac{1}{z}\frac{\partial^2 z}{\partial\rho\,\partial\rho_1}$ de M. Darboux et $\Delta z = \frac{\partial^2 z}{\partial\rho^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial\rho_1^2}$, j'ai démontré, dans ma thèse de Doctorat [1], que l'équation

$$\mathfrak{F}\left(z\Delta\log z + \frac{1}{4}z^3\right) = \mathfrak{F}\left(\frac{1}{z}\right)$$

ou

$$\Delta\,\mathfrak{F}(z) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2(z^2)}{\partial\rho\,\partial\rho_1} = 0$$

a, pour toute surface isothermique, les intégrales $z = R$ et $z = R'$ et peut être considérée comme l'*équation du problème* des surfaces isothermiques. M. Calapso, qui l'a retrouvée il y a quelques années, la nomme l'*équation fondamentale* [2].

Supposé qu'on ait trouvé une solution $z = R$ de l'équation fondamentale, il y a une infinité de surfaces ayant commune la solution $z = R$; *je les appelle des surfaces* associées *à la solution* $z = R$; par exemple, les surfaces liées par une transformation de Christoffel sont associées, puisque

---

(1) R. Rothe, *Untersuchungen über die Theorie der isothermen Flächen* [*Inaugural-Dissertation*, Berlin (Mayer et Müller), 1897].

(2) P. Calapso, *Sulla superficie a linee di curvatura isoterme* (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, t. XVII, 1903, p. 275). Voir aussi le Mémoire du même auteur *Alcune superficie di Guichard e le relative trasformazioni* (*Annali di matematica*, 3e série, t. XI, 1905, p. 201).

cette transformation ne fait que changer R en R′ et R′ en R, comme les formules (9) le montrent. De même on reconnaît aisément, au moyen des formules (8), que les surfaces liées par la transformation associée sont aussi associées au sens de la définition précédente.

La relation, annoncée plus haut, entre les transformations et l'équation fondamentale, s'énonce maintenant par la proposition suivante :

Étant donnée une surface isothermique, toutes les surfaces associées en proviennent par l'application de la transformation associée ou de la transformation de Christoffel.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les solutions uniformes de certaines équations fonctionnelles.* Note de M. **Fatou**, présentée par M. Appell.

Soit $\theta(u)$ une fraction rationnelle de degré $q > 1$; posons $u_1 = \theta(u)$, $u_n = \theta(u_{n-1})$ et soit α une racine de

$$(1) \qquad u - \theta(u) = 0 \qquad [|\theta'(\alpha)| < 1].$$

Il existe alors un cercle $C : |u - \alpha| = r$, tel que, pour u intérieur à C, on ait :

$$|u_1 - \alpha| < k|u - \alpha|, \qquad \lim u_n = \alpha \qquad (k < 1).$$

Si, au contraire, $|\theta'(\alpha)| > 1$, u_n ne peut pas tendre vers α [1]. Mais lorsqu'on fait décrire à u le plan complexe tout entier, la délimitation des domaines de convergence correspondant aux divers points-racines de (1) est généralement difficile. L'étude de certains cas particuliers montre qu'effectivement les frontières sont en général de nature compliquée.

I. Supposons que l'équation (1) ait une seule racine vérifiant la condition $|\theta'(\alpha)| < 1$, soit $\alpha = 0$. Supposons que C puisse être choisi assez grand pour renfermer à son intérieur tous les points critiques de la fonction algébrique inverse de $\theta(u)$. Supposons en outre (bien que cela ne soit pas indispensable) que $\theta(u)$ soit nulle à l'infini. Soit E_n l'ensemble des points u tels que l'on ait

$$|u| > r, \quad |u_1| > r, \quad \ldots, \quad |u_{n-1}| > r, \quad |u_n| \geqq r, \quad |u_{n+1}| < r, \quad \ldots,$$

E_{n+1} est contenu dans E_n; E_n est l'ensemble des points intérieurs à

---

(1) Cf. Kœnigs, *Sur les équations fonctionnelles* (*Comptes rendus,* décembre 1884).

q^n courbes fermées Γ_n complètement extérieures les unes aux autres : chaque courbe Γ_n renferme à son intérieur le même nombre q de courbes Γ_{n+1}. Si l'inégalité

$$|\theta'(u)| > A > 1$$

est vérifiée pour les points de Γ_n, à partir d'un certain rang, on sera certain que la longueur de chacune de ces courbes tend vers zéro; l'ensemble E, limite de E_n, est alors un ensemble *parfait, partout discontinu; u_n* tend vers zéro, sauf quand le point initial appartient à E ([1]).

Ce fait se présente pour $\theta(u) = \frac{u^2}{u^2+2}, \frac{u^3}{u^3+2}, \frac{u^m}{u^m+2}$ $(m > 2), \ldots$. Pour toutes ces fractions $\theta(u)$, les équations fonctionnelles

$$F[\theta(u)] = F(u) + u,$$
$$F[\theta(u)] = \theta'(0) F(u) \qquad [\text{si } \theta'(0) \neq 0]$$

et quelques autres (appartenant aux types d'équations étudiées par M. Kœnigs) *admettent des solutions régulières pour $u = 0$, uniformes dans tout le plan et méromorphes sauf aux points d'un ensemble parfait discontinu.*

L'équation

$$F[\theta(u)] = cF(u),$$

c étant une constante quelconque, aura aussi des solutions uniformes sans coupure, mais avec un point essentiel à l'origine.

Comme application, considérons l'algorithme suivant; soient a et b deux nombres quelconques; posons

$$a_1 = \frac{a+b}{2}, \qquad b_1 = \frac{a^2+b^2}{a+b},$$
$$a_2 = \frac{a_1+b_1}{2}, \qquad b_2 = \frac{a_1^2+b_1^2}{a_1+b_1},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

L'étude de la convergence des a_n, b_n se ramène à celle des u_n liés par la relation : $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2+u_n^2}$. On trouve ainsi que a_n et b_n tendent toujours vers une même limite : $M(a, b) = M(b, a)$.

Si l'on pose : $M(1, z) = \varphi(z)$, la fonction φ vérifie les équations fonc-

---

([1]) Il est clair que E renferme les *antécédents* et les *conséquents* de tous ses points; d'ailleurs E contient évidemment tous les points *périodiques* autres que zéro.

tionnelles

$$\varphi(z) = z\varphi\left(\frac{1}{z}\right),$$
$$\varphi(z) = \frac{1+z}{2}\varphi\left[\frac{2(1+z^2)}{(1+z)^2}\right].$$

Cette fonction est holomorphe à l'origine et dans le demi-plan $R(z) > 0$. Elle a comme points singuliers une infinité de pôles simples et les points limites de ces pôles qui forment un ensemble discontinu E; au voisinage des points de E, $\varphi(z)$ est complètement indéterminée.

II. Supposons qu'il y ait plusieurs points limites; on aura alors des régions de convergence séparées par des lignes. *En général, ces lignes ne seront pas analytiques.*

Il suffit pour s'en assurer de prendre l'exemple simple $\theta(u) = \frac{u^2+u}{2}$. On démontre que u_n tend vers zéro ou vers l'infini dans deux régions séparées par une courbe Γ, symétrique par rapport à l'axe réel et possédant la transformation simplement rationnelle en elle-même : $U = \frac{u+u^2}{2}$. Γ étant supposée avoir une équation de la forme

$$\bar{u} = \varphi(u) \qquad (u = x+iy,\ \bar{u} = x-iy)$$

où φ est analytique, la considération des deux équations

$$\varphi[\theta(u)] = \theta[\varphi(u)],$$
$$\varphi[\varphi(u)] = u,$$

que φ devrait vérifier, permet de démontrer que l'on aboutit à une contradiction ([1]).

Les équations fonctionnelles considérées plus haut auront, pour ce choix de la fonction θ, des solutions uniformes pour lesquelles Γ est une coupure.

Ainsi, des équations fonctionnelles simples conduisent à introduire des transcendantes uniformes possédant des ensembles parfaits discontinus de singularités, ou des coupures non analytiques. On sait d'ailleurs que des faits analogues se présentent déjà dans la théorie des fonctions automorphes.

([1]) Les raisonnements employés s'appliquent d'ailleurs à des cas plus généraux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La mécanique de l'ionisation par solution.* Note de M. GUSTAVE-D. HINRICHS. (Extrait.)

... Il faut étudier la *mécanique de l'acte de solution*. C'est ce que j'ai fait ces deux dernières années, et voici le résultat général de ce travail.

Comme la question des charges électriques est dominante, il faudra bien se rappeler que l'eau pure n'est point conductrice, mais plutôt isolante, d'après les recherches de Kohlrausch. De plus, il faut bien comprendre (¹) que dans l'état liquide les molécules tournent autour de leur axe naturel pour lequel le moment d'inertie est minimum; c'est communément l'axe géométrique le plus long.

Considérons le cas le plus simple et le plus commun : la solution du sel dans l'eau, à la température ordinaire (²).

Si l'on ajoute un peu de sel pulvérisé à une quantité considérable d'eau, le solide disparaît; on a une solution du sel. Comment les molécules du sel ont-elles acquis la rotation de l'état liquide à plusieurs centaines de degrés de température au-dessous de leur point de fusion?

Evidemment les molécules du sel ont été séparées l'une de l'autre par la trituration des molécules de l'eau en rotation rapide; puis elles ont été entraînées par le même mouvement des molécules de l'eau. C'est donc le travail mécanique des molécules de l'eau qui fait la solution; l'abaissement de température ou la chaleur latente de fusion est l'expression de la diminution de la vitesse angulaire de rotation des molécules actives.

On comprendra par là aisément les faits communs de solution : la saturation, l'influence de la température initiale; que presque tous les sels ont quelque solubilité dans l'eau, même le chlorure d'argent; l'influence déterminante de la forme des molécules du menstrue aussi bien que du solide, ce qui fait qu'il n'y a presque aucun cas de solution qui soit exactement identique avec un autre. Il ne sera point nécessaire ici de considérer ces conditions élémentaires.

Mais le frottement des molécules du solide par les molécules rotatoires de l'eau, isolant électrique, produira de l'électricité statique. Les deux électricités, positive et négative, sont produites en quantités exactement

---

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. LXXVI, 1873, p. 1357; t. CXIII, 1891, p. 468. — *Beiträge*, 1872 (édit. Leipzig, 1892, p. 3-8). — *The Method of quantitative induction*, Davenport and Leipzig, 1872, p. 36.

(²) Au rouge, le sel devient liquide par la chaleur seule.

égales. Cette électricité ne pouvant s'échapper à travers l'eau isolante, les deux atomes de la molécule du sel en sont chargés : l'atome de sodium reçoit l'électron positif; l'atome de chlore, l'électron négatif. Par cet acte la combinaison chimique de ces deux atomes est dissociée et *les deux atomes, chacun chargé d'un électron, sont devenus des ions.*

Si la solution est assez diluée, chaque molécule du sel est entourée d'un très grand nombre de molécules, d'eau non conductrice; donc les ions produits seront bien isolés et pourront se mouvoir assez librement sans perdre leur charge électrique. Mais si par la solution de plus de sel le nombre de molécules d'eau pour chaque molécule de sel est diminuée, l'isolation moléculaire des ions diminuera aussi; c'est-à-dire que le pour 100 des molécules en solution qui sera ionisé diminuera rapidement avec la concentration de la solution. *Il n'y aura ionisation complète qu'en solution très diluée.*

Voilà le fondement posé de la mécanique de l'ionisation par solution simple. La rotation des molécules du menstrue effectue la solution et l'ionisation en même temps. Donc *l'hypothèse d'Arrhénius est devenue un théorème démontré de la mécanique moléculaire.*

De même, toute la chimie moderne des solutions est devenue une confirmation de la rotation des molécules des liquides autour de leur axe naturel à moment d'inertie minimum. Enfin, les difficultés assez nombreuses offertes aux chimistes modernes par les solutions non diluées sont dissipées par cette étude plus étendue.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les fonctions chimiques des textiles.* Note de M. **Léo Vignon**, présentée par M. H. Moissan.

J'ai démontré (*Comptes rendus,* 10 février, 23 avril 1890) que si l'on immerge la soie, la laine et le coton dans des liqueurs acides alcalines ou salines de composition connue, placées dans le calorimètre, on constate qu'il se produit des phénomènes thermiques nets, constants et mesurables.

Les nombres obtenus prouvent que la laine et la soie possèdent des fonctions acides et des fonctions basiques, tandis que le coton n'accuse que des fonctions acides faibles.

Les recherches faites, dans ces dernières années, sur la constitution des matières albuminoïdes et de la cellulose ont confirmé ces déductions.

Elles ont établi en effet qu'au point de vue chimique les textiles animaux devaient être considérés comme des acides aminés et les textiles végétaux comme des alcools (*Comptes rendus*, 28 septembre 1898).

La question présentant une grande importance pour la Chimie des textiles et la théorie de leurs nombreuses applications (teinture, impression, etc.), j'ai repris l'étude de la détermination des fonctions des textiles envisagées comme molécules chimiques.

Dans ce but, des écheveaux de textile de poids connu ont été laissés pendant 1 heure à la température ordinaire dans des solutions aqueuses à 1 pour 100 et à 1 pour 1000 d'acides, de bases et de sels neutres.

On a dosé dans les solutions les acides, les bases, les sels neutres *avant* et *après* l'action du textile et l'on a pu déterminer ainsi :

K poids en grammes d'acide, de base ou de sel neutre, dans 100g de la solution *avant* traitement;

K_1 poids d'acide, base, sel en grammes dans 100g de la solution *après* contact avec le textile;

K_2 poids d'acide, base, sel en grammes, *fixé* par 100g de textile traité (non compris l'acide, base ou sel d'imprégnation).

J'appelle le rapport $\frac{K_2}{K_1}$ coefficient de partage de l'acide, base ou sel entre le textile et l'eau.

Les textiles dégraissés ont été complètement épuisés à l'eau distillée avant les déterminations. Voici les résultats :

1° *Action des acides* (SO^4H^2).

	Textile : environ 10g. SO^4H^2 à 1 pour 100 : 400g.					Textile : environ 10g. SO^4H^2 à 1 pour 1000 : 400g.				
Textile.	Poids du textile.	K.	K_1.	K_2.	$\frac{K_2}{K_1}$.	Poids du textile.	K.	K_1.	K_2.	$\frac{K_2}{K_1}$.
Soie écrue	10	1,015	0,959	2,169	2,26	9,92	0,098	0,054	1,77	32,77
Soie décreusée .	8,63	1,015	0,985	1,379	1,40	10,30	0,098	0,070	1,06	14,93
Coton	9,12	1,015	1,016	nul	nul	9,13	0,098	0,095	nul	nul
Laine	9,85	1,015	0,902	4,379	4,85	9,70	0,098	0,026	2,90	111,5

2° *Action des bases* [$Ba(OH)^2$].

	Textile : environ 10g. $Ba(OH)^2$ à 1 pour 100 : 350g.					Textile : environ 10g. $Ba(OH)^2$ à 1 pour 1000 : 350g.				
Textile.	Poids du textile.	K.	K_1.	K_2.	$\frac{K_2}{K_1}$.	Poids du textile.	K.	K_1.	K_2.	$\frac{K_2}{K_1}$.
Laine	10,16	1,103	0,853	4,916	5,76	9,78	0,105	0,037	2,379	64,5
Coton	9,77	1,103	1,026	2,673	2,60	9,53	0,105	0,094	0,388	4,127

Pour éviter la carbonatation de la baryte, les échantillons de textile et la solution barytique ont été secoués pendant 1 heure à l'agitateur mécanique dans un poudrier de verre bouché à l'émeri.

3° *Action des sels neutres* (NaCl).

Des essais faits dans les conditions précédentes avec le coton, la laine et les solutions au centième et au millième de chlorure de sodium, ont montré qu'il n'y avait aucun changement dans la concentration du chlorure de sodium après l'immersion des textiles.

Comme terme de comparaison, j'ai répété les expériences précédentes avec du charbon de bois pulvérisé, complètement épuisé par l'eau distillée, puis séché. 10g de charbon de bois pulvérisé ont été mis en contact et agités pendant 1 heure avec des solutions d'acide sulfurique, de baryte, de chlorure de sodium à 1 pour 100 et 1 pour 1000. Les résultats ont été négatifs dans tous les cas. La présence du charbon n'a modifié en rien l'état d'équilibre des solutions. K_2 est nul.

Il ressort de ces expériences qu'en présence de l'eau :

1° Les textiles doivent être envisagés indépendamment de leur structure filamenteuse et du développement de leur surface qui leur donne les propriétés des corps poreux (*Comptes rendus*, 4 juillet 1898), comme des molécules chimiques spécifiquement *actives;*

2° Les textiles animaux ont des fonctions chimiques acides et basiques;

3° Les textiles végétaux sont privés de fonctions basiques et possèdent des fonctions acides faibles comparables à celle des alcools;

4° Les corps poreux comme le charbon de bois pulvérisé sont inertes au point de vue chimique.

En outre, une conclusion curieuse se dégage de l'action des textiles sur les solutions acides basiques ou salines de concentration différente.

L'activité chimique, acide ou basique, des textiles augmente avec la dilution de la solution aqueuse. Les variations du rapport $\frac{K_2}{K_1}$ le prouvent. Cette activité chimique est donc liée à la dilution et, par suite, à l'ionisation des solutions employées. Elle explique l'épuisement de certains bains de teinture par les textiles.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation des nitriles acétyléniques avec les amines. Méthode générale de synthèse de nitriles acryliques β-substitués β-aminosubstitués.* Note de MM. **Ch. Moureu** et **I. Lazennec**, présentée par M. H. Moissan.

Si l'on met en contact un nitrile acétylénique $R - C \equiv C - C \equiv Az$ avec une amine primaire ou secondaire grasse, une vive réaction ne tarde pas à se déclarer, qui se manifeste par un échauffement notable du mélange. Il est bon, étant donnée la violence de l'attaque, de diluer les deux corps réagissants dans un solvant tel que l'alcool, et de chauffer ensuite pendant quelque temps la liqueur alcoolique. La réaction s'effectue exactement molécule à molécule, et le nouveau composé se forme en quantité théorique.

L'action de la pipéridine sur le nitrile phénylpropiolique, par exemple, donne ainsi naissance à un produit dont la formule correspond à la combinaison intégrale, en proportions moléculaires, des deux substances mises en œuvre :

$$\underbrace{C^6H^5 - C \equiv C - C \equiv Az}_{\text{Nitrile phénylpropiolique.}} + \underbrace{AzHC^5H^{10}}_{\text{Pipéridine.}} = C^{14}H^{16}Az^2.$$

Les amines aromatiques peuvent également réagir sur les nitriles acétyléniques; mais l'attaque est en général lente, et la réaction n'a pas le netteté qu'on rencontre dans le cas des amines grasses.

De quelle manière se fait l'union de l'amine avec le nitrile acétylénique? L'action des acides sur le produit formé va immédiatement nous permettre de répondre à cette question :

Chauffons, par exemple, avec de l'acide chlorhydrique étendu le corps résultant de la combinaison du nitrile phénylpropiolique avec la pipéridine; nous le décomposons ainsi rapidement et complètement, avec formation du nitrile β-cétonique correspondant ou cyanacétophénone, et la pipéridine est régénérée :

$$C^{14}H^{16}Az^2 + H^2O = \underbrace{C^6H^5 - CO - CH^2 - CAz}_{\text{Cyanacétophénone.}} + \underbrace{AzHC^5H^{10}}_{\text{Pipéridine.}}.$$

Ce dédoublement, d'une grande netteté, montre clairement que, en agissant sur le nitrile, l'amine s'était fixée sur la liaison acétylénique, de la manière suivante :

$$\underbrace{C^6H^5 - C \equiv C - C \equiv Az}_{\text{Nitrile phénylpropiolique.}} + \underbrace{AzH - C^5H^{10}}_{\text{Pipéridine.}} = \underbrace{\underset{\substack{| \\ AzC^5H^{10}}}{C^6H^5 - C} = CH - C \equiv Az.}_{\text{Nitrile β-phényl-β-pipéridyl-acrylique.}}$$

Cette fixation exigeant la présence d'au moins 1^{at} d'hydrogène lié à l'azote de l'amine, il est évident que les amines primaires et secondaires seront seules aptes à réagir.

Quant à l'hydrolyse, elle se conçoit sans difficulté :

$$\underbrace{\underset{\substack{| \\ AzC^5H^{10}}}{C^6H^5 - C} = CH - C \equiv Az + H^2O}_{\text{Nitrile β-phényl-β-pipéridylacrylique.}}$$

$$= \underbrace{AzHC^5H^{10}}_{\text{Pipéridine.}} + \underbrace{C^6H^5 - C(OH) = CH - C \equiv Az \rightarrow C^6H^5 - CO - CH^2 - C \equiv Az.}_{\text{Cyanacétophénone.}}$$

Nous avons établi le caractère général de ces réactions en étudiant les produits obtenus avec trois amines grasses : la diéthylamine, la benzylamine et la pipéridine, d'une part, et trois nitriles : les nitriles amylpropiolique, hexylpropiolique et phénylpropiolique, d'autre part.

Les nouveaux composés sont des corps neutres. Un fait très remarquable est leur grande sensibilité à l'égard des acides : il suffit, pour opérer le dédoublement, de diriger un courant de gaz HCl dans une solution éthérée du produit, ou de mélanger simplement, en quantités théoriques, cette solution éthérée avec une solution éthéro-alcoolique d'acide picrique ou d'acide oxalique.

Par contre, nos composés semblent très stables vis-à-vis des alcalis : après avoir chauffé pendant 10 heures le nitrile β-phényl-β-pipéridyl-acrylique avec de la potasse alcoolique ou de la potasse aqueuse, nous l'avons retrouvé sensiblement intact.

Voici les composés nouveaux que nous avons préparés :

1. Nitrile β-amyl-β-benzylamino-acrylique : $C^5H^{11}-\underset{\displaystyle AzH-CH^2-C^6H^5}{\underset{|}{C}}=CH-CAz$ ... Fond à 64°-65°.

2. Nitrile β-amyl-β-pipéridyl-acrylique : $C^5H^{11}-\underset{\displaystyle AzC^5H^{10}}{\underset{|}{C}}=CH-CAz$...... Distille à 218°-219° (corr.) sous 23mm. $D^{24°}=0,950$.

3. Nitrile β-hexyl-β-benzylamino-acrylique : $C^6H^{13}-\underset{\displaystyle AzH-CH^2-C^6H^5}{\underset{|}{C}}=CH-CAz$ ... Fond à 48°.

4. Nitrile β-hexyl-β-pipéridyl-acrylique : $C^6H^{13}-\underset{\displaystyle AzC^5H^{10}}{\underset{|}{C}}=CH-CAz$...... Distille à 236°-238° (corr.) sous 27mm. $D^{24°}=0,943$.

5. Nitrile β-phényl-β-benzylamino-acrylique : $C^6H^5-\underset{\displaystyle Az-CH^2-C^6H^5}{\underset{|}{C}}=CH-CAz$ ..... Fond à 86°.

6. Nitrile β-phényl-diéthylamino-acrylique : $C^6H^5-\underset{\displaystyle Az(C^2H^5)^2}{\underset{|}{C}}=CH-CAz$...... Fond à 70°.

7. Nitrile β-phényl-β-pipéridyl-acrylique : $C^6H^5-\underset{\displaystyle AzC^5H^{10}}{\underset{|}{C}}=CH-CAz$...... Fond à 92°.

En résumé, les nitriles acétyléniques $R-C\equiv C-CAz$ s'unissent directement aux amines primaires et secondaires, en donnant des nitriles acryliques β-substitués β-aminosubstitués $R-\underset{\displaystyle Az=}{\underset{|}{C}}=CH-CAz$. Ceux-ci sont des corps neutres, facilement hydrolysables par les acides, avec formation de nitriles β-cétoniques $R-CO-CH^2-CAz$ et régénération des amines. Ce mode indirect de fixation d'eau sur la liaison acétylénique est nouveau et fort curieux. Nous nous proposons de le généraliser.

MINÉRALOGIE. — *Sur les enroulements hélicoïdaux dans les corps cristallisés.* Note de M. Fred. Wallerant, présentée par M. de Lapparent.

M. Michel Lévy a montré que, dans certains sphérolites de calcédoine, l'orientation optique variait d'une façon continue le long d'une fibre; il y a enroulement hélicoïdal autour de la bissectrice obtuse des axes optiques, bissectrice qui est parallèle à l'axe de la fibre.

Je suis parvenu à déterminer cet enroulement dans un grand nombre de

corps par deux procédés différents. Tout d'abord, quand deux corps sont isodimorphes, leurs mélanges cristallisés présentent généralement une lacune et, si on les fait fondre dans des proportions correspondant à cette lacune, on obtient par refroidissement un conglomérat de deux espèces de cristaux, à moins toutefois qu'il n'y ait surfusion, auquel cas il n'y a pas séparation des éléments, mais formation d'un mélange cristallisé, homogène, qui en général se présente en sphérolites avec enroulement hélicoïdal; tel est le cas des mélanges cristallisés de bromate et d'azotate de soude, dont les fibres présentent un enroulement lévogyre autour de l'axe moyen.

Mais on détermine ces enroulements surtout en mélangeant au corps considéré une substance qui, fondue isolément, ne cristallise que très difficilement par suite de surfusion. Considérons par exemple la malonamide, qui est dimorphe : l'une des modifications est biaxe faiblement biréfringente, l'autre au contraire est très biréfringente, mais l'angle des axes optiques est petit. Or, si l'on mélange à cette malonamide de l'acide santonique, et si l'on fait cristalliser par fusion, on obtient côte à côte des sphérolites des deux modifications : dans les sphérolites de la modification instable peu biréfringente (*fig.* 1), l'enroulement, qui est lévogyre, se fait autour de l'axe moyen : les fines bandes noires de la figure correspondent aux points où les axes optiques sont verticaux, et les milieux des bandes claires aux points pour lesquels les bissectrices ont la même orientation. La figure 2 représente un sphérolite de la modification stable très biréfringente : l'enroulement toujours lévogyre se fait autour de la bissectrice obtuse; il ne faut pas oublier que dans la figure la bande noire correspond non seulement à la bissectrice aiguë, mais encore aux deux bandes rouges qui, dans la préparation, vue en polarisation chromatique, bordent la bande noire centrale.

Il est à remarquer que les propriétés optiques des deux modifications ne sont nullement modifiées par la présence de l'acide santonique, dont la proportion dans le mélange peut être très élevée et aller jusqu'à 50 pour 100; quand la proportion de l'acide augmente le pas de l'hélice diminue. Il est donc fort probable que dans ces édifices cristallins l'acide n'est pas cristallisé par suite de surfusion, mais simplement interposé entre les éléments du corps cristallisé.

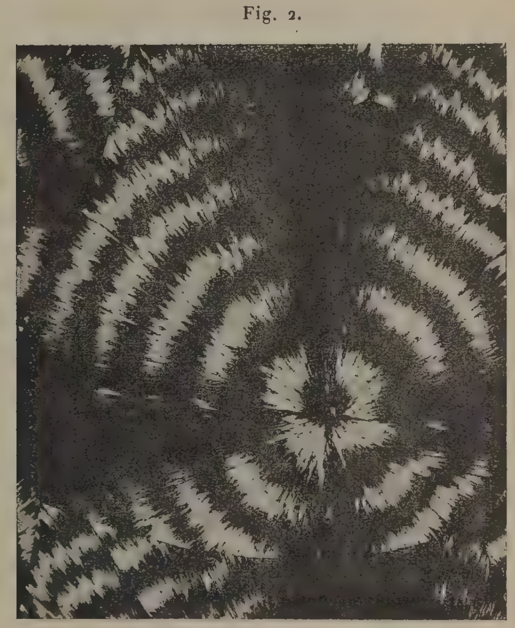
Pour un corps donné, l'enroulement se fait généralement dans un sens déterminé; mais cependant l'acide glycolique donne des sphérolites, dans

lesquels les fibres s'irradient symétriquement par rapport à un plan et, de chaque côté de ce plan, l'enroulement se fait en sens inverse, de façon à conserver la symétrie. Il est inutile de citer tous les corps dans lesquels nous avons déterminé des enroulement analogues à ceux que nous venons

Fig. 1.



Fig. 2.



de décrire, et qui se font généralement autour de l'un des axes d'élasticité optique. Cependant, dans la modification solide stable du *p*-azoxyanisol qui est uniaxe, on détermine, par l'adjonction d'acide santonique, des enroulements autour d'une droite, qui fait un angle de 45° environ avec l'axe optique.

Je terminerai en faisant remarquer que fort probablement l'enroulement de la calcédoine est dû à la présence de l'eau, interposée entre les éléments de la silice.

ANATOMIE. — *Sur un troisième canal mandibulaire chez l'enfant.* Note de M. R. **Robinson**, présentée par M. Edmond Perrier.

A côté des deux canaux dentaires, transitoire et permanent, qui parcourent le maxillaire inférieur du fœtus humain et que Rambaud et Renault ont remarquablement décrit, il en existe un troisième qui a passé inaperçu jusqu'à ce jour et qu'on peut nommer le troisième canal dentaire.

Ce conduit commence en arrière de la dernière molaire, dans la région du diastème postmolaire, suivant l'expression de Pelletier; par un petit orifice ovalaire, il se dirige de haut en bas et de dedans en dehors pour s'ouvrir dans le canal dentaire permanent à la base de l'épine de Spix. Je l'ai toujours trouvé chez les jeunes enfants, que j'ai examinés dans le laboratoire de mon maître, M. Rieffel, chef des travaux anatomiques; mais, à partir de l'âge de huit ans, il paraît s'atrophier et ne laisse comme trace de son existence qu'une dépression plus ou moins marquée, qui correspond à l'orifice de sortie. Cette dépression a été vue par quelques anatomistes, entre autres par Graf Spee, qui le considèrent comme un alvéole rudimentaire. Je ne partage pas cette façon de voir, car, comme le fait bien remarquer Ledouble, il n'y a pas d'alvéole préexistant, c'est la dent qui produit l'alvéole. Or, dans nos pièces, il n'y avait pas trace de germe de dent.

Le troisième canal dentaire est un canal vasculaire, contenant un fin ramuscule des vaisseaux dentaires inférieurs. Il est lié au développement de la mandibule. Il dépend d'un défaut de soudure entre le bord supérieur de la lame de Spix ou pièce operculaire et le bord interne de la pyramide de la pièce coronoïdienne.

Pourquoi ce canal existe-t-il chez l'enfant et disparaît-il chez l'adulte? — Chez le nouveau-né, la branche montante du maxillaire est très réduite et le canal dentaire commence à la base du condyle et parcourt toute la mâchoire.

L'apophyse coronoïde a déjà une artère nourricière très nette. A mesure que la mandibule se développe, le canal dentaire s'éloigne du condyle, de sorte que la base de la branche montante reste à une certaine distance de l'entrée du canal. L'artère dentaire donne des rameaux dentaires en nombre égal à celui des racines de dents correspondantes. Le diastème post-molaire ne pourrait recevoir ainsi aucun vaisseau et la nutrition de la partie basilaire de la branche ascendante serait fortement compromise,

d'autant que cette portion de la mâchoire a un développement assez tardif. Lorsque celui-ci marche avec plus d'intensité les quelques grêles vaisseaux nourriciers qu'elle reçoit ne pourraient y suffire. Il lui faut donc une circulation plus active et c'est, sans doute, pour répondre à ce besoin que le troisième canal est constitué. Dès que le développement est près de s'achever, le canal s'oblitère petit à petit. Il n'en reste comme vestige que la dépression dont j'ai parlé et que j'ai également constatée chez le cynocéphale, le chimpanzé noir, la girafe, le rhinocéros, l'hippopotame, l'éléphant, etc.

La fermeture du troisième canal n'a rien d'extraordinaire, puisque nous savons que le canal permanent lui-même se rétrécit et s'oblitère avec l'âge. C'est un fait de physiologie générale que, la fonction supprimée, l'organe subit le même sort.

Je me contente aujourd'hui de ces notions préliminaires sur le troisième canal dentaire. J'indiquerai seulement que ce dernier n'a pas un simple intérêt anatomique, mais qu'il intervient sans doute dans la pathogénie de certaines tumeurs kystiques du maxillaire inférieur, d'une part, et dans les accidents de l'éruption de la dent de sagesse, d'autre part.

PATHOLOGIE. — *Pénétration du* Treponema pallidum *dans l'ovule.* Note de MM. **Levaditi** et **Sauvage**, présentée par M. Laveran.

Magalhaès (¹) et Simmonds (²) ont déjà constaté la présence des tréponèmes de Schaudinn dans l'ovaire des nouveau-nés et des macérés hérédo-syphilitiques. Mais personne, à notre connaissance, n'a révélé la pénétration de ces parasites dans l'ovule même. Nous avons pu fournir la preuve de cette pénétration, à la suite de recherches microscopiques concernant l'ovaire d'un enfant hérédo-syphilitique ayant succombé dans le service de M. le professeur Pinard, et dont voici l'observation :

Enfant né prématurément, pesant à la naissance 2600g; placenta : 480g. La mère a des syphilides pigmentaires sur le cou. Elle a eu déjà trois grossesses avec deux autres procréateurs : 1° expulsion d'un fœtus mort et macéré; 2° enfant né prématurément, ayant présenté une éruption syphilitique le second jour et mort à trois mois; 3° à terme (traitement mercuriel), enfant mort à six mois; placenta : 670g.

L'enfant qui fait l'objet de cette étude n'a présenté rien d'anormal pendant les dix

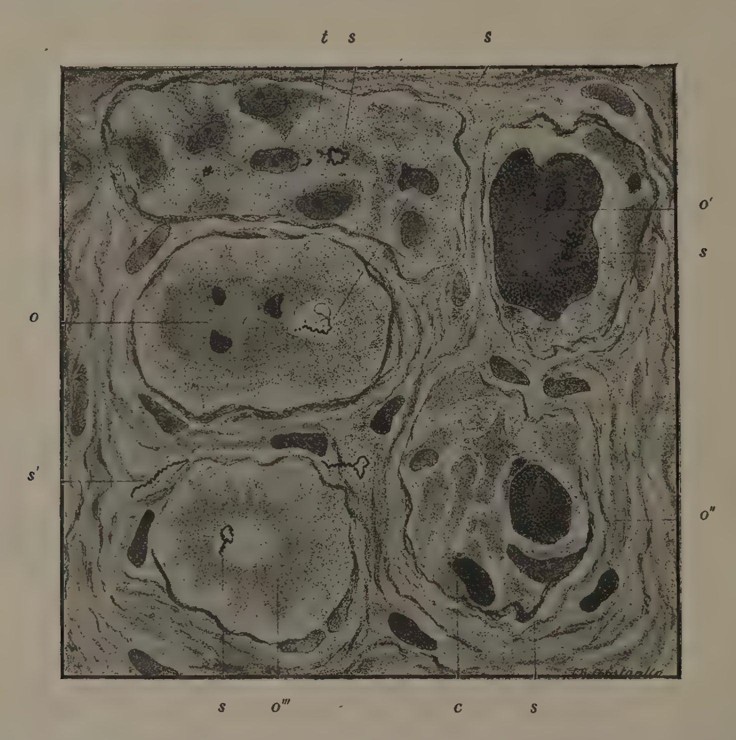
---

(¹) Magalhaès, *Do Treponema pallidum* (*Thèse* de Rio de Janeiro, 1906).
(²) Simmonds, *Münch. mediz. Woch.*, 1906, n° 27.

premiers jours de sa vie. A la fin du premier mois, il eut une éruption de syphilides sur le tronc et les membres, et des fissures labiales. Il succomba le trentième jour après sa naissance.

A l'autopsie [1], on constata un foie silex, riche en tréponèmes et des capsules surrénales hypertrophiées.

Nous avons recherché les tréponèmes dans des coupes d'ovaire imprégné à l'argent (ancienne méthode de Levaditi). Malgré la présence d'un assez grand nombre de parasites dans le *stroma ovarien,* ce n'est qu'après l'examen de nombreuses coupes que nous avons pu découvrir quelques tréponèmes typiques dans les cellules ovulaires.



Dans le protoplasma de deux ovocytes (*o* et *o''*), le tréponème incurvé (*s*) occupe une vacuole sise près du noyau, dans une région correspondant au corps vitellin de

(1) Les organes ont été fixés au formol, à un moment où les tréponèmes étaient vivants et mobiles.

Balbiani. D'autres follicules de Graff (o' et o''), atteints d'atrésie folliculaire, montrent des ovocytes réduits de volume, en état de dégénérescence granuleuse, et une prolifération de cellules folliculaires (c). Des tréponèmes (s), droits ou entortillés, existent dans le protoplasma de ces ovules atrésiés.

En dehors des ovocytes, on décèle des parasites, soit dans le tissu interfolliculaire (s') (libres ou phagocytés), soit dans l'épithélium germinatif qui tapisse les cordons de Valentin-Pflüger (t, s). Quelques tréponèmes existent également dans les cellules de la couche granuleuse des follicules de Graff.

En présence de ces faits, on est autorisé à affirmer que le *Treponema pallidum est capable d'envahir les follicules de Graff et de pénétrer dans l'ovocyte.* Il se comporte donc à la façon du spirille de la *Tick-fever,* qui, d'après R. Koch, envahit l'œuf de l'*Ornithodoros moubata* et du *Sp. gallinarum,* lequel, suivant Levaditi et Manouélian, pénètre dans l'ovule des poules infectées.

On conçoit l'intérêt d'une telle constatation, au point de vue de la transmission héréditaire de la syphilis de la mère à l'enfant. De nouvelles recherches montreront si l'ovocyte infecté par le tréponème est capable d'évoluer et d'être fécondé. Néanmoins, *l'existence d'une infection spirochétienne de cet ovocyte rend bien probable la transmission de la syphilis de la mère au rejeton par l'ovule, en dehors de toute infection par voie placentaire évoluant pendant la grossesse.*

M. **J. Constantin** adresse deux Notes intitulées : *Contribution à l'étude de l'aviation* et *Descente d'un plan sous l'effet d'un mouvement de bascule.*

(Renvoi à la Commission d'Aéronautique.)

M. **E. Wiart** adresse une *Théorie sur la densité de la vapeur.*

(Renvoi à la Section de Physique.)

A 4 heures l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures et demie.

M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 8 octobre 1906.

Introduction à la théorie des nombres transcendants et des propriétés arithmétiques des fonctions, par Edmond Maillet. Paris, Gauthier-Villars, 1906; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Jordan. Hommage de l'auteur.)

Cours de Chimie organique, par Fred. Swarts, avec figures. Paris, A. Hermann, 1906; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

L'hélice propulsive, théorie et pratique, par E. Brosser. Paris, A. Challamel, 1907; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Contribution à l'étude de la fragilité des métaux. Critique de l'épreuve de choc, par M. Brosser. Paris, Gauthier-Villars, 1906; 1 fasc. in-4°.

Pour rester jeune, 1re, 2e, 3e parties, par E. Detois. Aurillac, Roux, 1906; 3 fasc. in-12. (Hommage de l'auteur, M. E. Dupin.)

M. Zoel G. de Galdeano, professeur à l'Université de Saragosse, adresse en hommage l'ensemble des Ouvrages qu'il a publiés sur les Sciences mathématiques.

Ouvrages reçus dans la séance du 15 octobre 1906.

Institut de France. Académie des Sciences. Observatoire d'Abbadia. *Observations,* t. IV. *Observations faites au cercle méridien en* 1904 *par MM.* Verschaffel, Lahourcade, Sougarret, Bergara, Sorreguieta *et* Goulart, publiées par M. l'Abbé Verschaffel, Directeur de l'Observatoire. Hendaye (B.-P.), imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1906; 1 vol. in-4°.

Psychologie du nombre et des opérations élémentaires de l'Arithmétique : La genèse des premières notions de l'Arithmétique; notions de suite, de nombre, de somme et de différence, produit et quotient, par S. Santerre, avec une préface par le Dr Pierre Janet. Paris, Octave Doin, 1907; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. de Lapparent.)

Sur les polynomes dérivés, par Antonio Cabreira. Toulouse, imp. Douladoure-Privat, 1906; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Il termo, metallo che sta prima dell'uranio e del radio; studio critico di Fisica nuova di Molteni Paolo. Gênes, 1906; 1 fasc. in-8°.

Ueber clado- und holohepatische nudibranchiate Gastropoden, von R. Bergh, mit 1 Tafel. Iéna, 1906; 1 fasc. in-8°.

Di alcuni vini che contengono una elevata percentuale di alcool, per Napoleone Passerini. Modène, 1906; 1 fasc. in-8°.

Sulla vinificazione con moderate dosi di solfiti aggiunte al mosto e con fermenti selezionati adattati al mezo solforoso, Nota del Prof. NAPOLEONE PASSERINI. Pise, 1906; 1 fasc. in-8°.

Royal Institution of Great Britain. List of the members, officers and professors, 1906. Londres, 1906; 1 fasc. in-8°.

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain; vol. XVIII, part I. Londres, 1906; 1 vol. in-8°.

Year book of the Michigan college of Mines, 1905-1906. Houghton, Michigan, 1906; 1 fasc. in-12.

Views at the Michigan college of Mines. Houghton, Michigan; 1 fasc. in-12 oblong.

Jahresbericht des Direktors des königlichen geodätischen Instituts, für die Zeit von April 1905 *bis April* 1906. Potsdam, 1906; 1 fasc. in-8°.

Seismometrische Beobachtungen in Potsdam in der Zeit vom 1. *Januar bis* 31. *Dezember* 1905, von O. HECKER. Berlin, 1906; 1 fasc. in-8°.

Lotabweichungen, Heft III : *Astronomisch-geodätisches Netz I. Ordnung nördlich der europaïschen Längengradmessung in* 52 *Grad breite,* von A. BÖRSCH. Berlin, 1906; 1 vol. in-4°.

Bestimmung der absoluten Grösse der Schwerkraft zu Potsdam mit Reversionspendeln, von F. KÜHNEN und PH. FURTWÄNGLER. Berlin, 1906; 1 vol. in-4°.

Annalen der schweizerischen meteorologischen Central-Anstalt 1904. Zurich, Zürcher et Furrer; 1 vol. in-8°.

Materyaly antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne; t. VIII, Cracovie, 1906; 1 vol. in-8°.

ERRATA.

—

(Séance du 1er octobre 1906.)

Note de M. *G. Arrivaut*, Sur les constituants des alliages de manganèse et de molybdène :

Page 464, ligne 14 en remontant, *au lieu de* les bisulfites, *lisez* les bisulfates.
Page 465, lignes 3 et 2 en remontant (Tableau), *au lieu de*

Mn^2...........	22,26
Mo............	77,74

lisez

Mn............	22,26
Mo^2...........	77,74